

$$b-a = \int_a^b 1 \, dx = A_0 \cdot 1 + A_1 \cdot 1 + A_2 \cdot 1$$

$$\frac{b^2-a^2}{2} = \int_a^b x \, dx = A_0 \cdot a + A_1 \cdot (a+2b) + A_2 \cdot b$$

$$\frac{b^3-a^3}{3} = \int_a^b x^2 \, dx = A_0 \cdot a^2 + A_1 \cdot (a+2b)^2 + A_2 \cdot b^2$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a+2b & b \\ 0 & a^2 & (a+2b)^2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b-a \\ \frac{b^2-a^2}{2} \\ \frac{b^3-a^3}{3} \end{bmatrix}$$

$b^2-a^2 = (b-a)(b+a)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2b & b-a \\ 0 & 4ab+4b^2 & b^2-a^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b-a \\ \frac{b^2-a^2}{2} - a(b-a) = \frac{(b-a)^2}{2} \\ \frac{b^3-a^3}{3} - a^2(b-a) = \frac{b^2+ab-2a^2}{3} \end{bmatrix}$$

$\frac{b-a}{3} (b^2+ab+c^2-3a^2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & b-a & 2b \\ 0 & 0 & 4ab+4b^2-2b(b+a) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b-a \\ \frac{(b-a)^2}{2} \\ \frac{b-a}{3} (b^2+ab-2a^2) - \frac{(b-a)^2}{2} (a+b) \end{bmatrix}$$

$2b(2a+2b-(a+b))$
 $2b(2a+2\frac{b-a}{3}-a-b)$
 $2\frac{b-a}{3} \left(\frac{4a+2b-2a-3a-3b}{3} \right)$
 $\frac{2}{9}(b-a)^2$

$\frac{b-a}{6} \left(\frac{2ab-2b^2-a^2-2ab-4a^2-2b^2+3a^2}{(a-b)^2} \right)$
 $\frac{(a-b)^3}{6}$

$$A_1 \cdot \frac{2}{9}(b-a)^2 = \frac{(a-b)^3}{6} \Rightarrow A_1 = \frac{(a-b) \cdot 9}{12} = \frac{3(a-b)}{4}$$

$$A_2 \cdot (b-a) + A_1 \cdot 2 \frac{(b-a)}{3} = \frac{(b-a)^2}{2}$$

$$A_2 = \frac{b-a}{2} - \frac{2}{3} A_1 = \frac{b-a}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} (a-b)$$

$$= \frac{b-a}{2} + \frac{b-a}{2} = \boxed{b-a}$$

$$\frac{3}{4}(a-b) \quad b-a$$

$$A_0 + A_1 + A_2 =$$

$$b-a \Rightarrow$$

$$\boxed{A_0 = \frac{3}{4}(b-a)}$$